Prof. Dr. Alfred Toth

Symplerose und Transjunktion

Bense notierte nur kurz andeutend, dass die kleine semiotische „Matrix (innerer Produktbildung zu den relationalen Subzeichen) der Cayleyschen Gruppentafel entspricht" (1986, S. 43). Gegeben sei also die Menge PZ = {.1., .2., .3.} der Primzeichen und die Verknüpfung ○. Wir nehmen folgende Zuordnungen vor: a → .1., b → .2., c → .3.. Die einzelnen Produkte lassen sich dann in der nachstehenden semiotischen Gruppentafel darstellen:

○	.1.	.2.	.3.
.1.	.3.	.1.	.2.
.2.	.1.	.2.	.3.
.3.	.2.	.3.	.1.

Man kann zeigen, dass die Menge PZ und ihre Produkte die vier Gruppenaxiome erfüllen:

1. Die Abgeschlossenheitsbedingung ist erfüllt, weil jedem geordneten Paar der Gruppe ein eindeutig bestimmtes Produkt entspricht:

.1. ○ .1. = .3.
.1. ○ .2. = .2. ○ .1. = .1.
.1. ○ .3. = .3. ○ .1. = .2.
.2. ○ .2. = .2.
.2. ○ .3. = .3. ○ .2. = .3.
.3. ○ .3. = .1.

2. Die Assoziativität ist ebenfalls erfüllt:

.1. ○ (.2. ○ .3.) = (.1. ○ .2.) ○ .3. = .2.
.1. ○ (.1. ○ .3.) = (.1. ○ .1.) ○ .3. = .1.
.1. ○ (.2. ○ .1.) = (.1. ○ .2.) ○ .1. = .3.
.2. ○ (.3. ○ .2.) = (.2. ○ .3.) ○ .2. = .3.
.3. ○ (.3. ○ .1.) = (.3. ○ .3.) ○ .1. = .3.

3. Für a ≠ b ≠ c ergibt sich interessanterweise als konstantes Produkt .2.:

.1. ○ (.2. ○ .3.) = (.1. ○ .2.) ○ .3. = .2.
.1. ○ (.3. ○ .2.) = (.1. ○ .3.) ○ .2. = .2.
.2. ○ (.1. ○ .3.) = (.2. ○ .1.) ○ .3. = .2.

$.2. \circ (.3. \circ .1.) = (.2. \circ .3.) \circ .1. = .2.$
$.3. \circ (.1. \circ .2.) = (.3. \circ .1.) \circ .2. = .2.$
$.3. \circ (.2. \circ .1.) = (.3. \circ .2.) \circ .1. = .2.$,

und dieses ist das Einselement, denn es gilt:

$.1. \circ .2. = .2. \circ .1. = .1.$
$.2. \circ .2. = .2. \circ .2. = .2.$
$.3. \circ .2. = .2. \circ .3. = .3.$

4. Jedes Element hat ein inverses Element:

$.1. \circ (.1.)^{-1} = .1. \circ .3. = .2.$
$.2. \circ (.2.)^{-1} = .2. \circ .2. = .2.$
$.3. \circ (.3.)^{-1} = .3. \circ .1. = .2.$,

d.h., es ist $(.1.)^{-1} = .3.$, $(.2.)^{-1} = .2.$, $(.3.)^{-1} = .1.$

Auf der Basis der gruppentheoretischen Semiotik führte Bogarín (1992) als neue semiotische Operation die Symplerose (Symbol: σ) ein. Sie erzeugt aus einer Zeichenklasse oder Realitätsthematik die ihr gruppentheoretisch komplementäre Zeichenklasse oder Realitätsthematik, indem sie jede Kategorie (Haupt- und Stellenwert) durch ihr inverses Element ersetzt. Als Beispiel stehe die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) und ihre Realitätsthematik (3.1 1.2 1.3):

$$\text{Zeichenklasse:}\quad \begin{array}{cccccccccccccccccc} 3 & . & 1 & & 2 & . & 1 & & 1 & . & 3 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 1 & . & 3 & & 2 & . & 3 & & 3 & . & 1 & \Rightarrow & (3.1\ 2.3\ 1.3) \end{array}$$

$$\text{Realitätsthematik:}\quad \begin{array}{cccccccccccccccccc} 3 & . & 1 & & 1 & . & 2 & & 1 & . & 3 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 1 & . & 3 & & 3 & . & 2 & & 3 & . & 1 & \Rightarrow & (3.1\ 3.2\ 1.3), \end{array}$$

d.h., es ist $\sigma(3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.1\ 2.3\ 1.3)$ und $\sigma'(3.1\ 1.2\ 1.3) = (3.1\ 3.2\ 1.3)$.

Für die obige Gruppe, die wir mit (PZ, $\circ_2$) bezeichnen wollen, gilt also: $1^{-1} = 3$, denn $1 \circ_2 3 = 2$; $2^{-1} = 2 = \text{const.}$, $3^{-1} = 1$, denn $3 \circ_2 1 = 2$ oder kürzer

$$\boxed{\begin{array}{l} 1 \rightarrow 3 \\ 2 = 2 \\ 3 \rightarrow 1 \end{array}}$$

Wir konstruieren nun eine Gruppe, in der das Einselement e = 3 ist und nennen sie (PZ, $\circ_1$):

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_1 1 = 2$; $1 \circ_1 2 = 2 \circ_1 1 = 3$; $1 \circ_1 3 = 3 \circ_1 1 = 1$; $2 \circ_1 2 = 1$; $2 \circ_1 3 = 3 \circ_1 2 = 2$; $3 \circ_1 3 = 3$.

2. Assoziativität: $1 \circ_1 (2 \circ_1 3) = (1 \circ_1 2) \circ_1 3 = 2$; $2 \circ_1 (3 \circ_1 2) = (2 \circ_1 3) \circ_1 2 = 1$, $3 \circ_1 (3 \circ_1 1) = (3 \circ_1 3) \circ_1 1 = 1$, usw.

3. Einselement: $1 \circ_1 3 = 3 \circ_1 1 = 1$; $2 \circ_1 3 = 3 \circ_1 2 = 2$; $3 \circ_1 3 = 3$, d.h. e = 3.

4. Inverses Element: $1^{-1} = 2$, denn $1 \circ_1 2 = 3$; $2^{-1} = 1$, denn $2 \circ_1 1 = 3$; $3^{-1} = 3 = \text{const.}$

Für diese Gruppe gilt also kurz:

$$\boxed{\begin{array}{l} 1 \rightarrow 2 \\ 2 \rightarrow 1 \\ 3 = 3 \end{array}}$$

Abschliessend konstruieren wir eine zusätzliche Gruppe, in der das Einselement e = 1 ist und nennen sie (PZ, $\circ_3$):

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_3 1 = 1$; $1 \circ_3 2 = 2 \circ_3 1 = 2$; $1 \circ_3 3 = 3 \circ_3 1 = 3$; $2 \circ_3 2 = 3$; $2 \circ_3 3 = 3 \circ_3 2 = 1$; $3 \circ_3 3 = 2$.

2. Assoziativität: $1 \circ_3 (2 \circ_3 3) = (1 \circ_3 2) \circ_3 3 = 1$; $2 \circ_3 (3 \circ_3 2) = (2 \circ_3 3) \circ_3 2 = 2$, $3 \circ_3 (3 \circ_3 1) = (3 \circ_3 3) \circ_3 1 = 2$, usw.

3. Einselement: $1 \circ_3 1 = 1$; $2 \circ_3 1 = 1 \circ_3 2 = 2$; $3 \circ_3 1 = 1 \circ_3 3 = 3$, d.h. e = 1.

4. Inverses Element: $1^{-1} = 1 = \text{const.}$, $2^{-1} = 3$, denn $2 \circ_3 3 = 1$, $3^{-1} = 2$, denn $3 \circ_3 2 = 1$.

Für diese Gruppe gilt also kurz:

$$\boxed{\begin{array}{l} 1 = 1 \\ 2 \rightarrow 3 \\ 3 \rightarrow 2 \end{array}}$$

((PZ, $\circ_1$), (PZ, $\circ_2$) und (PZ, $\circ_3$) sind die einzigen drei abelschen Gruppen von PZ.)

Wenn wir nun die Ersetzungen in den drei Gruppen betrachten:

(PZ, $\circ_1$):	(PZ, $\circ_2$):	(PZ, $\circ_3$):
$1 \rightarrow 2$	$1 \rightarrow 3$	$1 = 1$
$2 \rightarrow 1$	$2 = 2$	$2 \rightarrow 3$
$3 = 3$	$3 \rightarrow 1$	$3 \rightarrow 2$,

dann kann man sagen, dass in (PZ, $\circ_1$) der Wert 3 als semiotischer Transjunktionswert der rejizierten Alternative der Werte 1 und 2 fungiert. Dementsprechend ist in (PZ, $\circ_2$) der semiotische Transjunktionswert 2 und in (PZ, $\circ_3$) 1. Es dürfte kein Zufall sein, dass bei den genau drei abelschen Gruppen, die über PZ konstruiert werden können, der Transjunktionswert alle drei semiotischen Werte genau einmal annehmen kann und dass in jeder Gruppe die jeweiligen Akzeptionswerte genau die korrespondierenden zwei anderen semiotischen Werte sind, denn: “Ein jeder Wert in einem mehrwertigen System kann akzeptiv oder rejektiv fungieren” (Günther 1976, S. 231).

Da nun die Transjunktionen “generell jenem metaphysischen Tatbestand (entsprechen), den wir in früheren Veröffentlichungen als ‘Reflexionsüberschuss’ bezeichnet haben” (Günther 1976, S. 231), folgt also, dass jede der drei semiotischen Fundamentalkategorien einen Reflexionsüberschuss repräsentieren kann, weshalb man also von mitteltheoretischem, objekttheoretischem und interpretantentheoretischem Reflexionsüberschuss sprechen kann. Wichtig in diesem Zusammenhang ist indes, dass, “wenn wir von Transjunktions- bzw. von Rejektionswerten reden, (das nur heisst,) dass wir eine Funktion besitzen, die eine logische Grenzlinie zieht zwischen einem O-System, das ohne Umwelt beschrieben werden muss und einer überschiessenden Reflexionsstruktur (S-System), die nicht ohne den Gegensatz von System und Umwelt begriffen werden kann (...). Damit begegnen wir aber einer tieferen Zweiwertigkeit, die die klassische Entgegensetzung von Positivität und Negation übergreift und sie als Spezialfall enthält” (Günther 1976, S. 230 f.).

Für semiotische Transjunktionen bekommen wir also

3	2	1
$1 \leftrightarrow 2$	$1 \leftrightarrow 3$	$2 \leftrightarrow 3$
mitteltheoretischer Reflexionsüberschuss	objekttheoretischer Reflexionsüberschuss	interpretantentheoretischer Reflexionsüberschuss

In anderen Worten: In Form von Transjunktionswerten äussert sich semiotische Subjektivität in allen drei semiotischen Werten, d.h. als Erstheit, Zweitheit und Drittheit. Jeder semiotische Wert kann damit als semiotische Umgebung der jeweils zwei anderen semiotischen Werte fungieren, die damit das semiotische Systeme bilden. Dieser aus der gruppentheoretischen Operation der Symplerose folgende Sachverhalt stimmt damit überein, dass in der abstrakten Zeichenstruktur

ZSt = (3., 2., 1.)

alle drei Werte permutiert werden können (vgl. Toth 2008, S. 177 ff.), so dass wir also bekommen

$$
\begin{array}{cccc}
\text{ZR} = & \boxed{3.} & \boxed{2.} & \boxed{1.} \\
 & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\
 & \left\{\begin{matrix} 1. \\ 2. \end{matrix}\right\} & \left\{\begin{matrix} 1. \\ 3. \end{matrix}\right\} & \left\{\begin{matrix} 2. \\ 3. \end{matrix}\right\}
\end{array}
$$

so dass die permutierten Werte jeweils als Rejektionswerte und die permutierenden Werte als Akzeptionswerte fungieren.

Bibliographie

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Bogarin, Jorge, Symplerosis: Über komplementäre Zeichen und Realitäten. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 87-95

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008